3.5 Teoría de similitud. Velocidad específica

Las leyes de similitud entre máquinas hidráulicas tienen las siguientes aplicaciones:

- Permiten predecir el comportamiento de una máquina hidráulica cuando se conoce el comportamiento de otra máquina geométricamente semejante.

- Permiten predecir el comportamiento de una máquina girando a una cierta velocidad cuando se conoce su comportamiento a una velocidad distinta

Bombas

En el caso general consideremos dos bombas: p (prototipo) y m (modelo), <u>geométricamente semejantes</u>. Si sus diámetros de salida (D_p y D_m) y sus velocidades de giro (N_p y N_m), son conocidos entonces:

1ª Ley de gastos

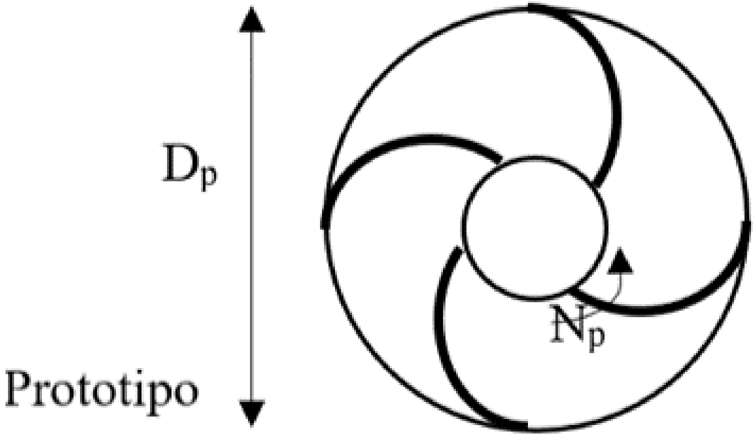
$$\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{N_p}{N_m}\left(\frac{D_p}{D_m}\right)^3$$

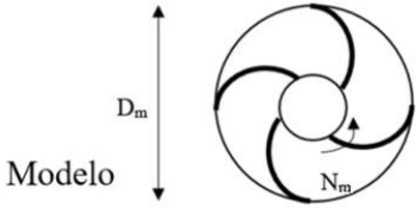
2ª Ley de cargas

$$\frac{H_p}{H_m} = \left(\frac{N_p}{N_m}\right)^2\left(\frac{D_p}{D_m}\right)^2$$

3ª Ley de potencias (hidráulicas)

$$\frac{P_{Hp}}{P_{Hm}} = \left(\frac{N_p}{N_m}\right)^3\left(\frac{D_p}{D_m}\right)^5$$





Cuando se trata de la misma bomba girando a dos velocidades distintas ($D_p = D_m$):

1ª Ley

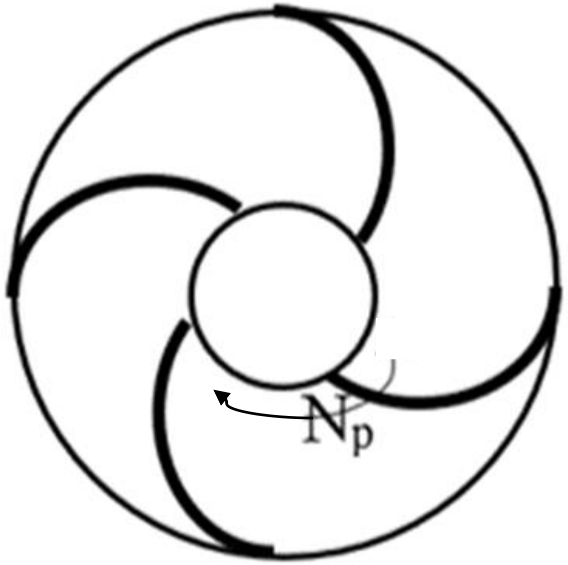
$$\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{N_p}{N_m}$$

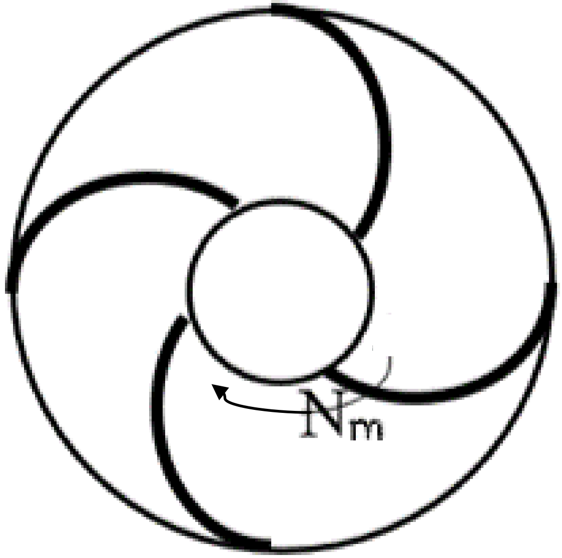
2ª Ley

$$\frac{H_p}{H_m} = \left(\frac{N_p}{N_m}\right)^2$$

3ª Ley

$$\frac{P_{Hp}}{P_{Hm}} = \left(\frac{N_p}{N_m}\right)^3$$





Turbinas

En el caso de las turbinas se acostumbra escribir las leyes de similitud de la siguiente forma:

1ª Ley de velocidades de giro

$$\frac{N_p}{N_m} = \left(\frac{H_p}{H_m}\right)^{1/2} \left(\frac{D_m}{D_p}\right)$$

2ª Ley de gastos

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \left(\frac{H_p}{H_m}\right)^{1/2} \left(\frac{D_p}{D_m}\right)^2$$

3ª Ley de potencias (hidráulicas)

$$\frac{P_{Hp}}{P_{Hm}} = \left(\frac{H_p}{H_m}\right)^{3/2} \left(\frac{D_p}{D_m}\right)^2$$

Eficiencia

Una máquina hidráulica (bomba o turbina) tiende a ser más eficiente a medida que es mayor su tamaño, esto se debe principalmente a que disminuye la rugosidad relativa. Para obtener la relación de eficiencias entre modelo y prototipo se recomienda usar la fórmula empírica de Moody:

$$\frac{1-\eta_p}{1-\eta_m} = \left(\frac{N_m}{N_p}\right)^{0.2} \left(\frac{D_m}{D_p}\right)^{0.45}$$

PROBLEMA

Una bomba fue diseñada con las siguientes características:

N = 3,600 rpm, Q = 60 lps, H_B = 36 m y P_{mec} = 35 HP

¿Cuál será su comportamiento en su punto homólogo, si se le instala un amplificador de velocidad de manera que gire un 20% más rápido? Para el caso de la potencia mecánica considere:

a) Que la eficiencia no cambia
b) El cambio de eficiencia

Solución

Considerando los valores dados como la condición de modelo "m", es necesario calcular las condiciones "p".

$$N_p = ???\ rpm$$

De la 1ª Ley en bombas: $\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{N_p}{N_m}$

$$Q_p = Q_m \frac{N_p}{N_m}$$

$$\boxed{Q_p = \_\_\_\_ \left[\frac{m^3}{s}\right]}$$

De la 2ª Ley en bombas: $\frac{H_p}{H_m} = \left(\frac{N_p}{N_m}\right)^2$

Como tenemos la carga de bombeo $H_{Bp} = H_{Bm}\left(\frac{N_p}{N_m}\right)^2$

$$\boxed{H_{Bp} = \_\_\_\_[m]}$$

Inciso a) Hipótesis $\eta_m = \eta_p$

$$\frac{P_{Hp}}{P_{Hm}} = \frac{P_{mecp}}{P_{mecm}} = \left(\frac{N_p}{N_m}\right)^3$$

$$P_{mecp} = P_{mecm}\left(\frac{N_p}{N_m}\right)^3$$

$$\boxed{P_{mecp} = \_\_\_\_[HP]} \qquad \boxed{P_{mecp} = \_\_\_\_[kW]}$$

Inciso b) $\eta_m \neq \eta_p$

$$P_{mec\,p} = \frac{P_{Hp}}{\eta_{Bp}} \qquad P_{Hp} = \gamma Q_p H_{Bp}$$

$$P_{Hp} = \_\_\_\_[kW] \qquad P_{Hp} = \_\_\_\_[HP]$$

Para η_{Bp}:

$$\frac{1-\eta_p}{1-\eta_m} = \left(\frac{N_m}{N_p}\right)^{0.2}\left(\frac{D_m}{D_p}\right)^{0.45}$$

Es necesario calcular η_{Bm}; $\eta_{Bm} = \frac{P_{Hm}}{P_{mec\,m}}$

$$P_{Hm} = \gamma Q_m H_{Bm}$$

$$P_{Hm} = \_\_\_\_[kW] \qquad \therefore$$

$$\eta_{Bm} = \_\_\_\_\%$$

Ahora es posible calcular η_{Bp}:

$$\frac{1-\eta_p}{1-\eta_m} = \left(\frac{N_m}{N_p}\right)^{0.2} \left(\frac{D_m}{D_p}\right)^{0.45}$$

$$\eta_{Bp} = 1 - (1-\eta_{Bm}) \left(\frac{N_m}{N_p}\right)^{0.2} \cancelto{1}{\left(\frac{D_m}{D_p}\right)^{0.45}}$$

$$\eta_{Bp} = \_\_\_\_\%$$

$$P_{mec\,p} = \frac{P_{Hp}}{\eta_{Bp}}$$

$$\boxed{P_{mecp} = \_\_\_\_[kW]} \qquad \boxed{P_{mecp} = \_\_\_\_[HP]}$$

PROBLEMA

En laboratorio se probó el modelo de una turbina, de 30 cm de diámetro exterior, con una carga de 7 m, un gasto de 50 lps y con una velocidad de giro de 159 rpm. En el ensayo se obtuvo una potencia al freno (mecánica) de 2,575 W. Determine la velocidad de giro, el gasto y la potencia al freno del prototipo si éste tendrá un diámetro de 2.0 m y operará con una carga de 100 m. Para el cálculo de la potencia al freno tomar en cuenta la variación de la eficiencia.

Solución:

De la 1ª Ley en turbinas: $N_p = N_m \left(\frac{H_p}{H_m}\right)^{1/2} \left(\frac{D_m}{D_p}\right)$

$$\boxed{N_p = \_\_\_\_ rpm}$$

De la 2ª Ley en turbinas: $Q_p = Q_m \left(\frac{H_p}{H_m}\right)^{1/2} \left(\frac{D_p}{D_m}\right)^2$

$$\boxed{Q_p = \_\_\_\_ \left[\frac{m^3}{s}\right]}$$

$$\frac{1-\eta_{Tp}}{1-\eta_{Tm}} = \left(\frac{N_m}{N_p}\right)^{0.2} \left(\frac{D_m}{D_p}\right)^{0.45}$$; pero η_{Tm} y η_{Tp} =?

$$\eta_{Tm} = \frac{P_{mec\ m}}{P_{H\ m}}$$

$P_{H\ m} = \gamma Q_m H_{N\ m} =$ ____$[kW]$, entonces

$\eta_{Tm} =$ ____%

Con η_{Tm} ahora si puede calcular η_{Tp} $\therefore$

$$\eta_{Tp} = 1 - (1 - \eta_{Tm}) \left(\frac{N_m}{N_p}\right)^{0.2} \left(\frac{D_m}{D_p}\right)^{0.45}$$

$$\eta_{Tp} = \_\_\_\_\%$$

Ahora es posible determinar $P_{mec\,p}$

$$\eta_{Tp} = \frac{P_{mec\,p}}{P_{H\,p}} \quad \therefore \quad P_{mec\,p} = \eta_{Tp} * P_{H\,p}$$

$$P_{H\,p} = \gamma Q_p H_{Np} = \_\_\_\_[kW]$$

$$\boxed{P_{mec\,p} = \_\_\_\_[kW]}$$

PROBLEMA

Se desea construir una bomba con las siguientes características:

$$Q = 1.5\ m^3/s,\ \ H_B = 144\ m,\ \ \eta_B = 86\ \%,\ \ \ D = 1.20\ m\ \ \ y\ \ \ N = 720\ rpm$$

Para predecir su comportamiento se va a construir un modelo que se probará en un laboratorio que puede manejar un gasto de 17.4 lps con una carga de 25 m. Determine el diámetro, la velocidad de giro y la potencia mecánica requerida del motor. Considere que la eficiencia del modelo será igual a la del prototipo.

Solución:

En cualquiera de las leyes de similitud en bombas aparecen D_m y N_m , por lo que es necesario combinarlas. Despejando D_P/D_m de la segunda ley:

$$\frac{D_p}{D_m} = \left(\frac{H_{Bp}}{H_{Bm}}\right)^{1/2} \left(\frac{N_m}{N_p}\right)$$

Sustituyendo D_P/D_m en la primera Ley se obtiene:

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{N_p}{N_m}\left(\frac{D_p}{D_m}\right)^3 = \frac{N_p}{N_m}\left(\frac{H_{Bp}}{H_{Bm}}\right)^{3/2}\left(\frac{N_m}{N_p}\right)^3$$

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \left(\frac{H_{Bp}}{H_{Bm}}\right)^{3/2}\left(\frac{N_m}{N_p}\right)^2$$

Si se despeja N_p/N_m de la última expresión se obtiene:

$$\frac{N_p}{N_m} = \left(\frac{H_{Bp}}{H_{Bm}}\right)^{3/4}\left(\frac{Q_m}{Q_p}\right)^{1/2}$$

$$N_m = N_p \Big/ \left[\left(\frac{H_{Bp}}{H_{Bm}}\right)^{3/4}\left(\frac{Q_m}{Q_p}\right)^{1/2}\right]$$

Sustituyendo los valores en esta última expresión:

$$\boxed{N_m = \_\_\_\_ \text{rpm}}$$

Para determinar D_m se hace uso de la 1ª Ley de similitud para bombas:

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{N_p}{N_m}\left(\frac{D_p}{D_m}\right)^3$$

$$D_m = {D_p}\Big/{\left(\frac{Q_p}{Q_m}\right)^{1/3}\left(\frac{N_m}{N_p}\right)^{1/3}}$$

$$\boxed{D_m = \_\_\_\_[m]}$$

Para determinar la potencia mecánica del modelo, en este caso se puede usar 3ª Ley de turbinas ó:

$$\eta_{B\,m} = \frac{P_{H\,m}}{P_{mec\,m}} \quad \therefore \quad P_{mec\,m} = \frac{P_{H\,m}}{\eta_{B\,m}}$$

$$P_{H\,m} = \gamma Q_m H_{B\,m}$$

$$P_{H\,m} = \_\_\_\_[kW] \;\therefore$$

$$\boxed{P_{mec\,m} = \_\_\_\_[kW]}$$

¿Cuál sería la potencia mecánica del prototipo?